

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

УТВЕРЖДАЮ

Декан физико-математического факультета

А.Н. Макаренко



2001 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ОПД.В.04 Элементы вариационного исчисления

Направление: 050200.62 Физико-математическое образование

Профессионально-образовательный профиль: Физика

Степень (квалификация) выпускника – «Бакалавр физико-математического образования (физика)»

Пояснительная записка

В курсе математического анализа вариационное исчисление является новым средством для изучения экстремумов специальных величин, а именно функционалов, являющихся обобщением понятия функции. В современной математике и физике вариационное исчисление является мощным методом формулировки основных уравнений. Поэтому знакомство студентов физико-математических факультетов с методами вариационного исчисления является важным элементом их математического образования.

Основной задачей вариационного исчисления является формирование следующих основных знаний:

1. понятие функционала, как обобщение понятия функции;
2. понятие экстремума функционала и установление необходимого условия экстремума;
3. выделение основных классов вариационных задач;
4. связь необходимых условий экстремума функционала с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений;
5. применение вариационного исчисления в современной науке о природе.

1. Цели и задачи дисциплины:

Целью изучения курса «Элементы вариационного исчисления» является получение знаний по теории и применению вариационного исчисления, составляющих неотъемлемую часть фундаментального математического образования.

Основной задачей дисциплины является изучение теоретических вопросов, связанных с изучением различных видов вариационных задач.

В процессе обучения необходимо формировать знания студентов по решению задач на изучение экстремумов более широких величин в математике, чем функции.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен уметь классифицировать тип вариационных задач, знать основные свойства функционалов, необходимый признак экстремума функционала, связь необходимого условия экстремума функционала с решением обыкновенных дифференциальных уравнений.

Знать алгоритмы разложения функции в степенной ряд и ряд Фурье.

Владеть практическими навыками решения вариационных задач.

Ориентироваться в применениях вариационного исчисления в задачах современной физики.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы:

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины	120				
Аудиторные занятия	54				
Лекции	36			36	
Практические занятия (ПЗ)	18			18	

Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
И (или) др. виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа (СР)	66			66	
Курсовые работы					
Расчетно-графические работы					
Рефераты					
И (или) др. виды					
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)				зач.	

4. Содержание дисциплины:

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план)

3 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия или семинары	Лаборат. работы
1	Основные понятия вариационного исчисления	6	4	
2	Вариационные задачи с неподвижной границей	10	4	
3	Вариационные задачи на условный экстремум	10	4	
4	Вариационные задачи с подвижной границей и графики	4	2	
5	Методы вариационного исчисления в современной теоретической физике	6	4	
	Всего			

4.2. Содержание разделов дисциплины:

- 1. Основные понятия вариационного исчисления:** Классические задачи вариационного исчисления: задача о брахистохроне, задача о геодезических линиях, изопериметрическая задача. Понятие функционала. Приращение и вариация функционала. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления.
- 2. Вариационные задачи с неподвижной границей:** Специальный и важный класс функционалов, представляемых в виде определенных интегралов от функций многих переменных. Уравнение Эйлера как необходимый признак для такого класса функционалов. Специальные типы уравнений Эйлера. Решение задачи о брахистохроне.
- 3. Вариационные задачи на условный экстремум:** Условный экстремум функционала. Вариационные задачи с голономными связями. Вариационные задачи с неголономными связями. Изопериметрические задачи. Решение классической изопериметрической задачи. Вывод необходимых уравнений, описывающих условный экстремум функционала. Постановка и решение классической задачи о геодезических линиях для простейших поверхностей.
- 4. Вариационные задачи с подвижной границей:** Простейшая задача с подвижными границами. Вариационная задача с подвижными границами для более сложных функционалов.
- 5. Методы вариационного исчисления в современной теоретической физике:** Функциональная формулировка уравнений движения классической механики.

Теорема Нетер. Основные законы сохранения (энергии, импульса, момента количества движения) в классической механике как следствие однородности и изотропности пространства времени. Функциональная формулировка уравнений классической электродинамики (уравнения Максвелла). Закон сохранения электрического заряда как следствие градиентной инвариантности действия для электрона, движущегося в электромагнитном поле.

5. Лабораторный практикум:

Не предусмотрен.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

6.1. Рекомендуемая литература:

а) основная литература:

1. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебное пособие для вузов / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 2007. – 384 с.
2. Смирнов, В.И. Курс высшей математики. т.4, ч.1 / В.И. Смирнов. - С-Пб.: Лань, 2008. – 440 с.

б) дополнительная литература:

1. Гельфанд, И.М., Фомин, С.В. Вариационное исчисление. / И.М. Гельфанд. - М.: Наука, 1979.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины:

Рабочие программы по математическому анализу.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

8.1. Для преподавателей:

Необходимо сделать акцент на вопросах, ближе всего стоящих к профессиональным интересам студентов. Так на физико-математическом факультете следует уделить больше внимания решению математических задач физического содержания.

Лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Лекция по теме должна завершаться обобщающими выводами.

Цель практических занятий состоит в выработке устойчивых навыков решения основных примеров и задач дисциплины, на которых основана теория лекционного курса.

Практические занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Они могут быть построены как на материале одной лекции, так и на содержании обзорной лекции, а также по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

В конце практического занятия рекомендуется дать оценку всей работы, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний;
- активность;
- положительные стороны в работе студентов;
- ценные и конструктивные предложения;
- недостатки в работе студентов;
- задачи и пути устранения недостатков.

По курсу практических занятий рекомендуется проведение контрольных работ и расчетно-графических домашних заданий, оценка которых осуществляется по пятибальной системе.

Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

При проведении итоговой аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

8.2. Для студентов:

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче зачета и (или) экзамена, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Для успешной подготовки и сдачи зачета (экзамена) необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
- Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.


8.3. Перечень примерных вопросов для самостоятельной работы

1. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной.
2. Структура общего решения линейного дифференциального уравнения.
3. Дифференциальные уравнения высших порядков.
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

8.4. Перечень вопросов к зачету

1. Понятие функционала и его вариации.
2. Задача о брахистохроне.
3. Задача о геодезических линиях.
4. Изопериметрическая задача.
5. Экстремум функционала.
6. Необходимое условие экстремума функционала.
7. Основная лемма вариационного исчисления.
8. Уравнение Эйлера.
9. Специальные типы уравнений Эйлера.
10. Решение задачи о брахистохроне.
11. Условный экстремум функционала.
12. Вариационные задачи с голономными связями.
13. Вариационные задачи с неголономными связями.
14. Решение классической изопериметрической задачи.
15. Решение классической изопериметрической задачи о геодезических линиях для простейших поверхностей.
16. Функциональная формулировка уравнений движения классической механики.
17. Функциональная формулировка уравнений классической электродинамики (уравнения Максвелла).

Рабочая программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению 050200.62 "Физико-математическое образование".

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:
доктором физико-математических наук,
профессором кафедры математического анализа Лавровым П.М. 

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры
математического анализа

Протокол № 1 от «30» 08 2011 г.

Заведующий кафедрой математического анализа, профессор Лавров П.М. 

Программа дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического
факультета ТГПУ

Протокол № 5 от «30» 08 2011 г.

Председатель методической комиссии ФМФ  Разина Г.К.